

УДК 658.511 : 330.356.7

DOI: 10.18524/2413-9998/2018.3(40).148382

В. О. Янковий,

кандидат економічних наук, доцент,

доцент кафедри економіки, права та

управління бізнесу,

Одеський національний економічний університет,

вул. Преображенська, 8, м. Одеса, 65082, Україна

e-mail: vladimir_ya@ukr.net

ДИНАМІЗОВАНІ ВИРОБНИЧІ ФУНКЦІЇ В ЕКОНОМЕТРИЧНОМУ АНАЛІЗІ

У статті розглядаються теоретичні та прикладні проблеми моделювання динаміки техніко-економічних показників сучасних ринково-виробничих систем на базі двофакторних виробничих функцій. Обговорюються аналітичні можливості функцій Кобба-Дугласа, CES-функції. Практичні аспекти застосування вказаних виробничих функцій ілюструються на прикладі моделювання показників господарської діяльності машинобудівної галузі України та інших товаровиробників.

Ключові слова: виробнича функція, нейтральний науково-технічний прогрес, основні виробничі фонди, праця

Постановка проблеми у загальному вигляді. На даному етапі розвитку економетричного аналізу основна увага приділяється застосуванню виробничих функцій в задачах моделювання просторової варіації звітних показників групи підприємств і організацій. Щодо використання математичного інструментарію виробничих функцій при дослідженні часової інформації (наприклад, даних одного товаровиробника за ряд років), то тут ситуація вкрай незадовільна. Слід констатувати, що методологічні розробки в сфері моделювання рядів економічної динаміки майже повністю відсутні. Хоча для практичної діяльності вітчизняних підприємств і галузей вони представляються вельми актуальними з огляду на перманентну економічну кризу української економіки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемам економіко-статистичного моделювання і прогнозування, а також економетричного аналізу на базі виробничих функцій присвятили свої публікації такі зарубіжні й вітчизняні вчені, як Р. Винн, К. Холден, Я. Тінберген, В. Вітлінський, Б. Грабовецький, С. Шумська, С. Щербініна, О. Вільчинська, Ю. Паночишин, Т. Кушнір та ін. У їхніх роботах досить глибоко

та ґрунтовно розкриті загальні засади впровадження виробничих функцій в економетричний аналіз і управління на різних рівнях економіки, але вони потребують подальшої конкретизації стосовно врахування в моделях дії в часі таких факторів, котрі умовно позначені як чинники «нейтрального науково-технічного прогресу».

Постановка завдання. Метою даної статті є продовження розробки методологічних основ економетричного аналізу часової динаміки техніко-економічних показників сучасних підприємств на базі динамізованих двофакторних виробничих функцій, а також їхня апробація на конкретних прикладах.

Виклад основного матеріалу. На відміну від класичних двофакторних виробничих функцій, які містять чинники K (від нім. *Kapital* – зазвичай середню річну вартість основних виробничих фондів), L (від англ. *Labor* – зазвичай фонд оплати праці), динамізовані виробничі функції включають до свого складу ще один штучний фактор часу – так званий «нейтральний науково-технічний прогрес». Це дозволяє врахувати в моделі вплив на випуск продукції Y усіх чинників, окрім K, L .

Першу вдалу спробу динамізації виробничих функцій здійснив Я. Тінберген (1903-1994) – видатний голландський економіст, який разом з Р. Фрішем став лауреатом Нобелівської премії з економіки 1969 р. за створення і застосування динамічних моделей до аналізу економічних процесів.

Тінберген наприкінці 40-х років ХХ ст. доповнив традиційну виробничу функцію Кобба-Дугласа фактором «нейтрального науково-технічного прогресу». В результаті виникла нова модель, яку стали називати функцією Кобба-Дугласа-Тінбергена:

$$Y = Ae^{\omega t} K^{\alpha} L^{\beta}, \quad (1)$$

де ω – темп приросту продукції Y за рахунок усіх факторів, окрім K і L ;
 t – фактор часу ($t = 1, 2, \dots, N$).

Тінберген фактично динамізував статичну формулу виробничої функції Кобба-Дугласа, яка придатна описувати варіацію змінних Y, K, L лише в просторі. Адже модель (1) цілком може застосовуватись для апроксимації динаміки даних з урахуванням фактора часу для одної і тої ж ринково-виробничої системи – підприємства, галузі, регіону, країни.

Функція Кобба-Дугласа-Тінбергена шляхом логарифмування легко приводиться до лінійного вигляду:

$$\ln Y = \ln A + \omega t + \alpha \ln K + \beta \ln L. \quad (2)$$

Виразення (2) широко використовується дослідниками для практичної оцінки за методом найменших квадратів ролі окремих факторів зростання економіки і, зокрема, «нейтрального науково-технічного прогресу». Наприклад, вивчивши динаміку економічного зростання обсягу валового внутрішнього продукту Y в залежності від зміни капіталу K , праці L і науково-технічного прогресу за 1870-1914 рр., Тінберген одержав такі цікаві результати: в Німеччині капітал і праця забезпечили 60 % приросту національного доходу, а інші фактори, в тому числі науково-технічний прогрес – 40 %, в Англії – відповідно 80 і 20 %, в США – 73 і 27 %.

Розглянемо для виробничої функції Кобба-Дугласа-Тінбергена (1) важливіші статистичні характеристики часу t як специфічного виробничого ресурсу, який втілює в собі вплив на результативну змінну Y усіх факторів, окрім K і L .

1. Абсолютна швидкість росту випуску продукції, яка відбувається за рахунок дії чинників «нейтрального науково-технічного прогресу», визначається першою частинною похідною функції (1) за часом:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = A \omega e^{\omega t} K^{\alpha} L^{\beta} = \omega Y. \quad (3)$$

Виразення (3) може розглядатись як своєрідна «гранична віддача часу» MP_t (від англ. Marginal Product) котра показує, на скільки одиниць в середньому зміниться обсяг випуску продукції при зміні часу t на одиницю. «Гранична віддача часу» (3) є безперервним аналогом ланцюгового абсолютного приросту продукції $\Delta Y(t)$ за умови, що реальні економічні ресурси виробництва (K , L) не змінюються. Справді, можна записати:

$$\Delta Y(t) = \omega Y t - I. \quad (4)$$

2. Відносна швидкість росту випуску продукції, яка відбувається за рахунок дії чинників «нейтрального науково-технічного прогресу», визначається безперервними аналогами ланцюгових темпів росту (Tr) і приросту (Trp):

$$T_p = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} = \frac{Y_{t-1} + \Delta Y(t)}{Y_{t-1}} = \frac{Y_{t-1} + \omega Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = 1 + \omega, \quad (5)$$

$$Tnp = T_p - 1 = 1 + \omega - 1 = \omega.$$

Якщо $\omega > 0$, то в одиницю часу спостерігається підвищення обсягу випуску продукції на $\omega \times 100$ % за рахунок дії всіх факторів, крім K , L . При $\omega < 0$, то в одиницю часу має місце зниження обсягу випуску продукції на $\omega \times 100$ % під впливом дії «нейтрального науково-технічного прогресу».

Іншими словами, у величині кількісного параметра ω знаходять відображення всі ті якісні зміни, які відбуваються в економіці і не пов'язані з факторами «основні виробничі фонди» і «праця». Він характеризує загальні економічні умови відтворення на конкретному виробництві (на підприємстві, в галузі, в регіоні, в країні) на даному проміжку часу.

Апробацію отриманих теоретичних результатів здійснимо за даними динаміки важливіших техніко-економічних показників машинобудівної галузі України за період 2007-2015 рр. (табл. 1) [1].

Таблиця 1

Вихідні дані для моделювання залежності реалізації продукції машинобудування України від витрат капіталу на основні виробничі фонди і оплату праці

Роки	Y , млн. грн.	K , млн. грн.	L , млн. грн.	t
2007	98339,9	27854	11834,3	1
2008	121780,4	33489	14748,5	2
2009	85833,0	33475	11874,1	3
2010	97056,9	36075	15689,2	4
2011	130847,9	40417	15196,1	5
2012	140539,3	43642	17025,2	6
2013	113926,6	47268	17242,9	7
2014	101924,7	45894	16092,9	8
2015	115261,7	84052	17484,1	9

Джерело: складено автором на основі [2].

На основі логарифмування даних табл. 1 і застосування стандартної програми регресійного аналізу табличного процесора Excel було отримане наступне рівняння:

$$Y = 0,4978e^{-0,046t} K^{0,1115} L^{1,1802} . \quad (6)$$

Модель (6) відносно точно описує динаміку реалізованої продукції галузі за досліджуваний період: коефіцієнт детермінації свідчить про те, що більш ніж 52 % варіації Y пояснюється трьома факторами функції Кобба-Дугласа-Тінбергена. Середня абсолютна похибка рівняння складає 0,138 млн. грн. Коефіцієнти еластичності α , β моделі (6) показують, що в 2007-2015 рр. з ростом витрат капіталу на основні виробничі фонди на 1 % приводив до збільшення обсягу реалізації в середньому за рік всього на 0,1 %. В той час як підвищення витрат на оплату праці на один відсоток викликав підйом реалізації майже на 1,2 %. Це вказує на певну відносну надлишковість ресурсу K в порівнянні з ресурсом L .

Величина темпу приросту «нейтрального» науково-технічного прогресу показує, що в машинобудуванні України в аналізованому періоді реалізована продукція зменшувалась в середньому за рік на 4,6 % під впливом усіх чинників, окрім зміни витрат на основні виробничі фонди та працю.

Проілюструємо також процедуру побудови та економічної інтерпретації виробничої функції Кобба-Дугласа-Тінбергена (1) за інформацією статистичної звітності окремого підприємства харчової промисловості – ПрАТ Березинського комбінату хлібопродуктів за 2007-2016 рр. (табл. 2) [3].

У результаті логарифмування вихідних даних, побудови моделі (1) і потенціювання $\ln A$ було отримане наступне рівняння:

$$Y = 44,90e^{-0,325t} K^{-1,029} L^{2,029} . \quad (7)$$

Логарифмічна частина моделі (7) статистично надійна (розрахункове значення F -критерію Фішера дорівнює 36,97); коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,974$; стандартна помилка 0,127. Звернемо увагу на той факт, що в отриманій моделі коефіцієнт α при факторі K зі знаком мінус, але він є статистично значущим, надійним. Це свідчить про те, що отримана функція (7) не відноситься до неокласичних, оскільки порушена умова $0 < \alpha < 1$.

Таблиця 2

**Вихідні дані для моделювання динаміки реалізованої
продукції ПрАТ Березинського комбінату хлібопродуктів**

Рік	Чистий дохід від реалізації продукції (Y), тис. грн.	Залишкова вартість основних виробничих фондів (K), тис. грн.	Оплата праці (L), тис. грн.	Час (t)
2007	3329	2349,95	484,2	1
2008	6257	2294,05	739	2
2009	5002	2386,5	910	3
2010	6075	2623,5	1204	4
2011	7279	2718	1522	5
2012	4745	2574,5	1474	6
2013	6588	2299,5	1849	7
2014	10274	2184,5	2411	8
2015	13559	2532,5	3860	9
2016	13572	4016,5	5352	10

Джерело: складено автором на основі [4].

За рівнянням (7) можна зробити висновок, що на ПрАТ Березинському комбінаті хлібопродуктів даний виробничий чинник знаходився у відносному надлишку і негативно впливав на чистий дохід від реалізації продукції підприємства за досліджуваний період часу. Підвищення середньої річної вартості основних фондів на 1 % приводило до зниження чистого доходу в середньому більш ніж на 1 %, а зростання витрат на робочу силу на 1 % приводило до підвищення Y в середньому більш ніж на 2 %.

При цьому всі інші фактори, окрім K , L , теж негативно впливали на змінну Y : середнє щорічне відносне зниження реалізації на ПрАТ Березинському комбінаті хлібопродуктів складало за досліджуваний період майже 33 %.

Подібно динамізованій ВФ Кобба-Дугласа (1), динамізована CES-функції має вигляд:

$$Y = A_0 e^{\alpha t} [A_1 K^{-p} + (1 - A_1) L^{-p}]^{-\frac{\gamma}{p}} \quad (8)$$

Виробнича функція (8) теж може застосовуватись для апроксимації динаміки даних з урахуванням чинника часу для однієї і тієї ж ринково-виробничої системи – підприємства, галузі, регіону, країни. Однак, слід мати на увазі, що CES-функцію принципово не можна привести до лінійного виду. Тому при оцінюванні її невідомих коефіцієнтів застосовують наближені ітеративні методи.

Первісна оцінка невідомих параметрів A_ρ , ω , A_p , p , γ функції (8) може бути здійснена на базі пропозицій Дж. Кменти 1967 р. Подальший розвиток указанного обчислюваного алгоритму здійснили М. Кубініва та ін. Використовуючи метод Кменти в якості інструменту знаходження первісної оцінки параметрів лінійно однорідної CES-функції, ці автори розробили досить вдалу процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на основі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі *MACRO6*, написаної на мові Бейсік, яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора Excel [5-8].

За підсумками розрахунків на екран виводиться: кількість здійснених ітерацій, шукані параметри A_ρ , A_p , ω , σ , а також їх стандартні похибки, скоригований коефіцієнт детермінації R^2 , сума квадратів регресійних залишків RSS , критерій Дарбіна-Уотсона DW . Останні дозволяють визначити надійність знайдених параметрів за допомогою перевірки статистичних гіпотез на базі критеріїв математичної статистики.

Проілюструємо використання викладеного в розділі 4.4 даної книги теоретичного матеріалу на прикладі даних статистичної звітності приватного м'ясопереробного підприємства «Гармаш» за 2005-2015 рр. (табл. 3) [9-14].

В якості результативної ознаки Y тут виступала реалізована продукція підприємства, K – середня річна залишкова вартість основних виробничих фондів, L – фонд оплати праці, t – час ($t = 1, 2, \dots, N$).

Оскільки інформація про діяльність підприємства представляє собою часові ряди, будемо застосовувати динамізовану виробничу функцію (8).

За даними табл. 3 було побудовано лінійно однорідну CES-функцію на основі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. На шостій ітерації було отримане оптимальне рішення (табл. 4).

Таблиця 3

**Вихідні дані для моделювання залежності випуску продукції
ПП «Гармаш» від витрат капіталу на основні виробничі
фонди і оплати праці**

Роки	Y, тис. грн.	K, тис. грн.	L, тис. грн.	t
2005	14820	13978	851	1
2006	23439	14690	1401	2
2007	40538	17644,5	2409	3
2008	46790	23492,5	2839	4
2009	42603	26834	3502	5
2010	43214	30933	4913	6
2011	53988	36957	7940	7
2012	68049	37001,5	9202	8
2013	67577	38113	8959	9
2014	60321	42575	9591	10
2015	66149	49128	8293	11

Джерело: складено автором.

Таблиця 4

**Результати статистичного моделювання виробничої
функції (8) за даними ПП «Гармаш»**

Константа A_0	0,695057496
Науково-технічний прогрес ω	0,036406882
Еластичність заміщення ресурсів σ_{LK}	1,119975315
Параметр розподілу A_1	0,602481383
Стандартна похибка A_0	0,072653509
Стандартна похибка ω	0,010552778
Стандартна похибка σ_{LK}	0,512748173
Стандартна похибка A_1	0,089507862
Скоригований коефіцієнт детермінації R^2	0,999661768
Сума квадратів регресійних залишків RSS	0,000310241
Коефіцієнт Дарбіна-Уотсона DW	2,279238999

Джерело: розраховано автором.

Таким чином, шукана CES-функція в явному вигляді запишеться так:

$$Y = 0,69506e^{0,0364t} [0,60248K^{0,1071} + 0,39752L^{0,1071}]^{9,3351}. \quad (9)$$

Тут параметр моделі $p = -0,10712$ знайдено за оціненим значенням еластичності технологічного заміщення ресурсів $\sigma LK = 1,11997$.

Рівняння (4.59) досить точно описує динаміку реалізованої продукції на ПП «Гармаш» за 2005-2015 рр.: коефіцієнт детермінації свідчить про те, що 99,97 % варіації реалізованої продукції пояснюється CES-функцією, а абсолютна похибка моделі складає всього 0,0003. Критерій Дарбіна-Уотсона $DW = 2,279$ вказує на високу адекватність побудованої ВФ (оптимальне значенні 2,0). Величина темпу приросту нейтрального науково-технічного прогресу $\omega = 0,0364$ показує, що на досліджуваному підприємстві в середньому за рік реалізація зростала на 3,64 % під впливом усіх чинників, окрім зміни основних виробничих фондів K та праці L .

Висновки і пропозиції. Таким чином, підводячи підсумки проведеного дослідження, слід відмітити, що динамізовані виробничі функції, зокрема функція Кобба-Дугласа, CES-функція, представляють собою ефективний інструмент економетричного аналізу, здатний забезпечити інформацією про вплив на випуск продукції товаровиробника в часі всіх факторів, окрім K і L .

На нашу думку, для подальших розвідок в даному напрямку певний теоретичний та практичний інтерес представляє динамізація інших виробничих функцій, на кшталт, лінійної функції, функції Аллена тощо.

Список використаної літератури

1. Янковий В. О. Фондоозбросеність у машинобудуванні України : реальність і оптимальність / О. Г. Янковий, В. О. Янковий // Економіка України. – 2018. – № 8 (681). – С. 16-29.
2. Державна служба статистики України. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ukrstat.gov.ua/> (дата 20.09.2018). – Назва з екрану.
3. Янковий В. О. Моделювання випуску продукції Березинського комбінату хлібопродуктів за допомогою виробничих функцій / В. О. Янковий // Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія «Економічні науки». – Херсон, 2017. – Вип. 22. – Ч. 2. – С. 156-159.
4. Річна фінансова звітність підприємств. – [Електронний ресурс]. – Агентство з розвитку інфраструктури фондового ринку України. Офіційний сайт. – Режим доступу : [http:// www.smida.gov.ua/](http://www.smida.gov.ua/) (дата 20.09.2018). – Назва з екрану.
5. Kmenta J. On Estimation of the CES Production Function. International Economic Review, 1967, vol. 8, pp. 180-189.

6. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ ; Пер. с япон. ; под ред. М. Кубинива. – Москва : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.
7. Винн Р. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден ; Пер. с англ. С. А. Николаенко. – Москва : Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
8. Янковой В. Выбор математической формы функции при моделировании зависимости выпуска продукции от производственных факторов / В. Янковой, А. Вакула // Науковий вісник Одеського національного економічного університету. – Науки : економіка, політологія, історія. – 2016. – № 3 (235). – С. 184-198.
9. Янковой В. А. Применение CES-функции и связанных с нею производственных функций в экономических исследованиях / В. А. Янковой // Науковий вісник Міжнародного гуманітарного університету. Серія «Економіка і менеджмент». – Одеса, 2017. – Вип. 23. – Ч. 2. – С. 156-159.
10. Янковий В. О. Економетричний аналіз реалізації продукції ПП «Гармаш» на основі виробничих функцій / В. О. Янковий // Причорноморські економічні студії. – Одеса, 2016. – Вип. 11. – С. 251-255.
11. Янковий В. О. Аналіз випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві за допомогою виробничих функцій / В. О. Янковий // Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії. – Запоріжжя, 2016. – Вип. 5-2 (05). – Ч. 2. – С. 139-143.
12. Янковий В. О. Моделювання динаміки реалізованої продукції підприємства на базі виробничих функцій / В. О. Янковий // Інтелект XXI. – 2017. – № 1. – С. 104-111.
13. Янковий В. О. Пошук оптимального товаровиробника в рамках N-факторних виробничих функцій / В. О. Янковий // Інфраструктура ринку. Електронний фаховий науково-практичний журнал з економічних наук. – № 7. – 2017. – С. 430-436. – [Електронний ресурс] – Режим доступу до журналу : http://www.market-infr.od.ua/journals/2017/7_2017_ukr/74.pdf (дата 20.09.2018). – Назва з екрану.
14. Янковий В. О. Економіко-математичне дослідження фондоозброєно-сті в виробничих функціях як інструмент максимізації випуску продукції / В. О. Янковий // [Науково-методичні аспекти обліково-аналітичної системи підприємства : монографія / за заг. ред. В. В. Немченка]. – Одеса : Фенікс, 2016. – С. 162-175.

Стаття надійшла 12.10.2018 року

В. А. Янковой,

кандидат економічних наук, доцент,

доцент кафедри економіки, права і

управління бізнесом,

Одеський національний економічний університет,

ул. Преображенская, 8, м. Одеса, 65082, Украина
e-mail: vladimir_ya@ukr.net

ДИНАМИЗИРОВАННЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

В статье рассматриваются теоретические и прикладные проблемы моделирования динамики технико-экономических показателей современных рыночно-производственных систем на базе двухфакторных производственных функций. Обсуждаются аналитические возможности функций Кобба-Дугласа, CES-функции. Практические аспекты применения указанных производственных функций иллюстрируются на примере моделирования показателей хозяйственной деятельности машиностроительной отрасли Украины и других товаропроизводителей.

Ключевые слова: производственная функция, нейтральный научно-технический прогресс, основные производственные фонды, труд

V. O. Yankovyi,

candidate of Economic Sciences, associate Professor,
associate Professor of the Department of Economics, Law and
Business Administration,
Odessa National Economic University,
St. Preobragenskaya 8, Odessa, 65082, Ukraine
e-mail: vladimir_ya@ukr.net

DYNAMICAL PRODUCTION FUNCTIONS IN ECONOMETRIC ANALYSIS

The article deals with theoretical and applied problems of modeling the dynamics of technical and economic indicators of modern market and production systems on the basis of two-factor production functions. The analytic possibilities of the Cobb-Douglas functions, CES functions are discussed. Practical aspects of application of the indicated production functions are illustrated by the example of modeling of economic activity of the machine-building industry of Ukraine and other commodity producers.

Key words: production function, neutral scientific and technological progress, basic production funds, labor

References

1. Yankovyi, O. H. & Yankovyi, V. O. (2018). Fondoozbroyenist u mashynobuduvanni Ukraini : realnist i optymalnist [The foundation of machine learning in Ukraine: reality and optimality]. *Ekonomika Ukrainy. – Economy of Ukraine*, 8 (681), pp. 16-29. [in Ukrainian].
2. Derzhavna sluzhba statistiki Ukrayini [State Statistics Service of Ukraine].

- Retrieved from <http://www.ukrstat.gov.ua/> [in Ukrainian].
3. Yankovyi, V. O. (2017). Modeliuvannia vypusku produktsii Berezynskoho kombinatu khliboproduktiv za dopomohoiu vyrobnyshykh funktsii [Modeling the production output of the Berezinsky bakery plant through production functions]. *Naukovyi visnyk Khersonskoho derzhavnoho universitetu. Seriya «Ekonomichni nauki»*. – *Scientific Bulletin of Kherson State University, series "Economic Sciences"*, 22, part 2, pp. 156-159. [in Ukrainian].
 4. Ahentstvo z rozvytku infrastruktury fondovoho rynku Ukrainy [Agency for the development of the stock market infrastructure of Ukraine]. Retrieved from <http://www.smida.gov.ua/> [in Ukrainian].
 5. Kmenta, J. (1967). On Estimation of the CES Production Function. *International Economic Review*, vol. 8, pp. 180-189.
 6. Kubiniva, M., Tabata, M., Tabata, S. & Hasebe, Yu. (1991). Matematicheskaia ekonomika na personalnom kompiutere [Mathematical economics on a personal computer]. Moskva : Financy i statistika. [in Russian].
 7. Vinn, R. & Kholden, K. (1981). Vvedenie v prikladnoi ekonomicheskii analiz [Introduction to applied econometric analysis]. Moskva : Financy i statistika. [in Russian].
 8. Yankovyi, V. & Vakula, A. (2016). Vybory matematicheskoi formy funktsii pri modelirovanii zavisimosti vypuska produktsii ot proizvodstvennykh faktorov [The choice of the mathematical form of the function when modeling the dependence of output on production factors]. *Naukovyi visnyk Odeskoho natsionalnoho ekonomichnoho universitetu. Nauky : ekonomika, politologiya, istoriya*. – *Scientific Bulletin of the Odessa National Economic University. Sciences: economics, political science, history*, 3 (235), pp. 184-198 (in Russian).
 9. Yankovyi, V. (2017). Primenenie CES-funktsii i svyazannykh s neiu proizvodstvennykh funktsii v ekonomicheskikh issledovaniyakh [Application of CES-function and its production functions in economic research]. *Naukovyi visnyk Mizhnarodnoho humanitarnoho universytetu. Seriya «Ekonomika i menedzhment»*. – *Scientific Bulletin of International Humanitarian University. Series "Economics and Management"*, 23, part 2, pp. 156-159. [in Russian].
 10. Yankovyi, V. (2016). Ekonometrychnyi analiz realizatsii produktsii PP "Harmash" na osnovi vyrobnychoi funktsii [Econometric analysis of production of PE "Garmash" on the basis of production functions]. *Prychornomorski ekonomichni studii*. – *Black Sea Economic Studies*, 11, pp. 251-255. [in Ukrainian].
 11. Yankovyi, V. (2016). Analiz vypusku produktsii na miasopererobnomu pidpriemstvi za dopomohoiu vyrobnyshykh funktsii [Analysis of production output in meat processing enterprise with the help of production functions]. *Ekonomichni visnyk Zaporizkoi derzhavnoi inzhenernoi akademii*. – *Economic Bulletin of the Zaporizhzhya State Engineering Academy*, vol. 5, part 2 (05), part 2, pp. 139-143. [in Ukrainian].
 12. Yankovyi, V. (2017). Modeliuvannia dynamiky realizovanoi produktsii

- pidpriemstva na bazi vurobnychykh funktsii [Modeling of dynamics of the realized products of the enterprise on the basis of production functions]. *Intelekt XXI. – Intellect XXI*, 1, pp. 104-111. [in Ukrainian].
13. Yankovy, V. (2017). Posluk optymumu tovarovyrobnyka v ramkakh N-faktornykh vyrobnychykh funktsii [Search for the optimum of the commodity producer in the framework of N-factor production functions]. *Infrastruktura rynku. Elektronnyi fakhovyi naukovo-praktychnyi zhurnal z ekonomichnykh nauk. – Market infrastructure. An electronic professional scientific and practical journal on economics*, 7, pp. 430-436. Retrieved from http://www.market-infr.od.ua/journals/2017/7_2017_ukr/74.pdf [in Ukrainian].
 14. Yankovy, V. (2016). Ekonomiko-matematychnе doslidzennia fondoozbroienosti v vyrobnychykh funktsiiakh yak instrument maksymizatsii vypusku produktsii [Economic and mathematic research of insufficient assets at industrial functions as the instrument of maximizing production] *Naukovo-metodichni aspekty oblikovo-analitichnoyi sistemi pidpriemstva. – Scientific and methodical aspects of the accounting and analytical system of the enterprise*. Odesa: Feniks. [in Ukrainian].